Elementaire Meetkunde
aanvullingen en errata

In boeken gedrukt na 23 aug 2018 zijn onderstaande aanvullingen en correcties al doorgevoerd.

Hoofdstuk 2.

Op bladz.34 is na 2.2.12 de volgende opgave toegevoegd:

Opgave. Stel ABC is een driehoek en P is een punt zo dat $AP \perp BC$ en $BP \perp AC$. Toon aan dat hieruit volgt dat $CP \perp AB$. Dit bewijst nogmaals dat de hoogtelijnen van een driehoek door één punt gaan.

Op bladz. 41 is als tweede opgave toegevoegd:

Opgave. Toon aan dat de spiegeling F t.o.v. de lijn $A \cdot X = c$ wordt gegeven door

$$F(X) = X - \frac{2(A \cdot X)A}{|A|^2} + \frac{2cA}{|A|^2}.$$

Hoofdstuk 3.

Verander op bladz. 60 "Ook de identieke transformatie $I = \sphericalangle AOA$ .... " in "Ook de identieke transformatie I, de rotatie om O over $\sphericalangle AOA$, ... "

Aan het eind van de laatste regel van het bewijs van 3.6.3 op bladz. 70 is weggevallen " $\angle ACB + \angle ADB = \pi$ ".

Op bladz. 73 is aan het bewijs dat de hoogtelijnen van een driehoek door één punt gaan toegevoegd de regel "Dit bewijs moet een beetje aangepast worden, wanneer één van de hoeken van driehoek ABC stomp is."

Hoofdstuk 6.

Op bladz. 141 in deel (ii) van het bewijs van 6.4.1 zijn de regels die volgen op de zin "Neem nu een lijn *m* die niet door *A*, *B* of *C* gaat." als volgt geherformuleerd:

" Lijn *m* snijdt zijde AC in *P* en *m* snijdt *BC* in *Q*. Dan ligt $P' \neq A', C'$ op $A'C'$ en $Q' \neq B', C'$ ligt op $B'C'$. Laat ψ de perspectiviteit zijn, die de lijnenwaaier met top *B* afbeeldt op de lijnwaaier met top C, waarbij corresponderende lijnen elkaar snijden op lijn *m*. Lijn *BC* correspondeert hierbij met zichzelf. Dan is $\psi' = \varphi_C \circ \psi \circ \varphi_B^{-1}$ een projectiviteit die de lijnenwaaier met top B' afbeeldt op de lijnwaaier met top C', waarbij lijn $B'C'$ met zichzelf correspondeert. Met 4.5.10 volgt hieruit dat de snijpunten van de onder ψ' corresponderende lijnen op een lijn liggen. Ga na dat dit de lijn $P'Q'$ is. Ieder punt $X = BX \wedge CX$ op de lijn $m = PQ$ wordt dus door *F* afgebeeld op het punt $X' = \varphi_B(BX) \wedge \varphi_C(CX)$ op lijn $m' = P'Q'$. "

Hiermee is dan aangetoond dat lijn *m* wordt afgebeeld op lijn m'. De rest van het bewijs [dat hierbij dubbelverhoudingen behouden blijven] blijft gelijk.

In het bewijs van 6.2.1 op bladz. 145 zijn de eerste regels als volgt geherformuleerd:

"*Bewijs*. Stel $F \neq I$ is een projectieve transformatie van $\mathcal{P}$ met een waaier van invariante lijnen met top *P*. Punt *P* is dan een dekpunt van *F*. Van de lijnen door *P* is hoogstens één lijn puntsgewijs invariant. Op een lijn door *P* die niet puntsgewijs invariant is ligt hoogstens één dekpunt $\neq P$. Het is dus mogelijk om punten *A*, *B* en *C* te kiezen, die een driehoek *ABC* vormen, geen dekpunten van *F* zijn en waarbij de lijnen *PA*, *PB* en *PC* niet samenvallen."

Hoofdstuk 8.

Bladz. 211. De zin voorafgaand aan 8.4.3 en stelling 8.4.3 zelf is nu als volgt geformuleerd:

Als $|A| \neq 1$, dan gaan we over op de vergelijking $\tilde{A} \cdot X = \tilde{c}$ met $\tilde{A} = A/|A|$ en $\tilde{c} = c/|A|$ van vlak *W*. Dus:

8.4.3 De spiegeling t.o.v. het vlak *W* met vergelijking $A \cdot X = c$ wordt gegeven door

$$F(X) = X - \frac{2(A \cdot X)A}{|A|^2} + \frac{2cA}{|A|^2}.$$

Ook het voorbeeld na 8.4.3 en die tekst die erop volgt is een beetje aangepast:

Voorbeeld. De spiegeling *F* t.o.v. vlak $E_1E_2E_3$ met vergelijking $x + y + z = 1$ kunnen we schrijven als $F(X) = X - \dfrac{2(A \cdot X)A}{|A|^2} + \dfrac{2cA}{|A|^2}$ met $A = (1,1,1)$ en $c = 1$. Ga na dat $F(X) = S(X) + 2N$, waarin *S* de spiegeling t.o.v. vlak $x + y + z = 0$ is [zie het vorige voorbeeld] en $N = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

Uit 8.4.3 blijkt dat we iedere spiegeling t.o.v. een vlak *W* in $\mathbb{R}^3$ kunnen schrijven als een spiegeling t.o.v. zijn richtingsvlak *V* gevolgd door een translatie in een richting loodrecht op vlak *V*. Omgekeerd geldt: Als S een spiegeling is t.o.v. een vlak *V* door *O*, dan is de transformatie een spiegeling t.o.v. een vlak $W \parallel V$ precies dan, wanneer $F(F(X)) = X$. Ga na dat dit het geval is, als $T + S(T) = O$ ofwel $S(T) = -T$. Dat betekent dat $OT \perp V$. Met $S(T) = -T$ krijgen we

$$F(X) = S(X) + T = S(X) + \tfrac{1}{2}(T - S(T)) + \tfrac{1}{2}(T + S(T))$$

$$= S(X) + (C - S(C)) \text{ met } C = \tfrac{1}{2}T.$$

Als $S(T) \neq -T$, dan is *F* niet een spiegeling. De spiegeling $S(X) + \frac{1}{2}(T - S(T))$ wordt dan gevolgd door de translatie $X \mapsto X + \frac{1}{2}(T + S(T))$. Ga na dat

$$(T - S(T)) \cdot (T + S(T)) = 0.$$

Dus $X \mapsto X + \frac{1}{2}(T + S(T))$ is een translatie in een richting evenwijdig met *V*. De transformatie $F(X) = S(X) + T$ wordt dan een *schuifspiegeling* genoemd.

In de opmerking na 8.4.4 moet "2.3.4" veranderd worden in "2.4.4".

Bladz. 226. In 8.7.8 moet staan " $\text{opp}(A'B'C'D') = |P \times Q| \cdot \text{opp}(ABCD)$ ".

Hoofdstuk 8.

Bladz. 240. Schrap de laatste zin van de opgave die volgt op 9.4.2.

Hoofdstuk 13.

Bladz. 351. Het is beter om de namen $P_0, P_1, P_2, ..., P_{n-1}, P_n$ in de *Toepassing* m.b.t. de lengte van de grafiek van een grafiek te veranderen in $X_0, X_1, X_2, ..., X_{n-1}, X_n$.

[Want P_n is al in gebruik als naam van de bijbehorende partitie.] Dan $r_n = \sum_{i=1}^{n} | X_{i-1}X_i |$

.