

Errata en aanvullingen Analyse + Meetkunde

(Laatste update 13 mei 2022)

Hoofdstuk 5

In paragraaf 5.11 wordt gewezen op de mogelijkheid om de goniometrische functies en het getal π te definiëren zonder een beroep te doen op de meetkunde.

Definieer daartoe $f(x) = \arctan x = \int_0^x \frac{t}{1+t^2} dt$.

Dan is f differentieerbaar op \mathbb{R} en $f'(x) = \frac{1}{1+x^2} > 0$ voor iedere $x \in \mathbb{R}$.

Het getal π definiëren we d.m.v. $\frac{1}{2}\pi = \lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(x)$. Deze definitie vereist natuurlijk dat het bestaan van $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ wordt aangetoond.

Dat kan bijv. als volgt:

De functie f heeft een positieve afgeleide en is dus stijgend op \mathbb{R} .

Opdat $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ bestaat is het voldoende om aan te tonen dat f naar boven

begrensd is op $[1, \rightarrow]$. Gebruik hierbij $\frac{1}{1+t^2} < \frac{1}{t^2}$ voor $t \neq 0$.

Met $f(x) = \arctan(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$ geldt $f(x) = \arctan(1) + \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt$.

Voor $1 \leq x$ geldt $\int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt \leq \int_1^x \frac{1}{t^2} dt = 1 - \frac{1}{x}$ en dus $f(x) \leq \arctan(1) + 1$.

Hoofdstuk 7

In het bewijs van 7.4.1 (*Stelling van Ceva*) is stilzwijgend verondersteld dat de lijnen AK en BL elkaar snijden. Het is beter om dit ook in de formulering van de stelling op te nemen. Stelling 7.4.1 wordt dan:

7.4.1 Stelling van Ceva. Stel K , L en M zijn drie van A , B en C verschillende punten op de zijden BC , AC resp. AB [opgevat als lijnen] van $\triangle ABC$. Dan geldt:

Als de lijnen AK en BL elkaar snijden in punt P , dan gaat ook lijn CM door punt P precies dan, wanneer

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} \cdot \frac{\overline{BK}}{\overline{KC}} \cdot \frac{\overline{CL}}{\overline{LA}} = 1.$$

In na 12 mei 2020 gedrukte exemplaren zijn de volgende verbeteringen reeds toegepast:

Hoofdstuk 8

In het laatste voorbeeld van 8.4 moet staan

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2} = \frac{(ax + b)(x + 2) + c}{x + 2} = ax + b + \frac{c}{x + 2} \dots$$

Dus $a = 1$, $b = -4$ en $c = 11$ en $f(x) = x - 4 + \frac{11}{x + 2} \dots$ Etc.

Hoofdstuk 9

Verander in het laatste voorbeeld van 9.6

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{3!} + o(x^3)}{1} \quad \text{in} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{3!} + \frac{o(x^3)}{x^3} \right)$$

Hoofdstuk 11

Schrap "in (iii)" in de opgave na 11.6.1.

Schrap de zin "We breiden 10.4.2 uit met:", die voorafgaat aan definitie 11.1.3.

Schrap "volgens 10.4.6" in de eerste alinea van bldz. 416.

In de opgave na 11.2.2: Verander 10.7.1 in 11.2.2.

In de laatste alinea van bladz. 422: Verander 10.4 in 11.1.