

# Errata Analyse + Meetkunde

De hieronder genoemde wijziging van van 2.6.3 moet weer ongedaan gemaakt worden. We moeten in onderdeel (ii) wel degelijk eisen dat  $V, W \subset \mathbb{R}_0^+$ .

In 2.4 op bladz. 49: vervang  $b_1 = a_n + \frac{1}{10}$  door  $b_1 = a_1 + \frac{1}{10}$

In het eerste voorbeeld van 2.5: vervang  $a_n = b_n + 1/10^n$  door  $b_n = a_n + 1/10^n$ .

In het bewijs van 2.5.1: vervang  $b_n = a_0 + 1/10$  door  $b_1 = a_1 + 1/10$ . Verander verder in dit bewijs 'precies één  $m \in \mathbb{N}$ ' in 'een  $m \in \mathbb{N}$ ' en laat in 'de kleinste  $d_1$ ' resp. 'de kleinste  $d_2$ ' de toevoeging 'de kleinste' weg.

Vervang  $\mathbb{R}^2$  door  $\mathbb{R}$  in 3.4.3.

Vlak boven 3.3.7 staat  $\liminf_{k \rightarrow \infty} a_k = \limsup_{k \rightarrow \infty} (-a_k)$ . Dat moet uiteraard

$\liminf_{k \rightarrow \infty} a_k = -\limsup_{k \rightarrow \infty} (-a_k)$  zijn.

In de opmerking bij 7.5.2 onderdeel (4) schrap  $\frac{\sin \angle A}{AB_1} = \frac{\sin \angle A}{AB_2} =$

In het bewijs van 7.5.5 vervang "een punt  $D$  op zijde  $AB$ " door "een punt  $D$  op zijde  $BC$ "

In het bewijs van 7.2.1 moet staan  $\angle APB = \angle AQB = 90^\circ$  in plaats van  $\angle APB = \angle AQP = 90^\circ$ .

---

---

**Hieronder oudere errata die in ieder geval op 6 nov 2014 (maar meestal al veel eerder) gecorrigeerd zijn:**

Op de eerste regel na 2.7.4: verander 2.7.5 in 2.7.4

In de opmerking na 3.14.3: verander in de laatste regel  $f(p)$  in  $f(p_k)$

Op de tweede regel na 3.16.1: verander  $x > 1$  in  $x > 0$ .

Verander het laatste deel van het bewijs van 7.1.2 in:

Wat betreft (2): Is  $P' \neq A, B$  een ander punt op dezelfde cirkel, dan op dezelfde manier  $2 \cdot \sphericalangle AP'B = \sphericalangle AMB \pmod{2\pi}$ . Daaruit volgt  $2 \cdot \sphericalangle APB = 2 \cdot \sphericalangle AP'B \pmod{2\pi}$ . Dit laatste is gelijkwaardig met  $\sphericalangle APB = \sphericalangle AP'B \pmod{\pi}$ . Ga tenslotte zelf na dat (2) gelijkwaardig is met (3).

In 8.1.1 onderdeel (3) moet uiteraard staan:  $d \frac{f}{g} = d \left( \frac{f}{g} \right) = \frac{g \cdot df - f \cdot dg}{g^2}$ .

In 1.17 tweede regel moeten we  $a = \pm p$  vervangen door  $b = \pm 1$ .

In het bewijs van onderdeel (iii) 2.7.6 staat een keer  $A > O$  i.p.v.  $A < O$ .

In de opmerking na 2.10.2 staat onderdeel (i) i.p.v. onderdeel (1).

In 4.10 moet op 2 plaatsen  $a \mapsto a^x$  veranderd worden in  $x \mapsto a^x$ . Op één plaats staat  $e \mapsto e^x$  i.p.v.  $x \mapsto e^x$ .

In 5.21 laatste opgave ontbreekt na  $z^3 = (\cos t + i \cdot \sin t)^3$  het gelijkteken.

In de alinea voorafgaand aan 6.22.1 'Voor  $X \in \mathbb{R}$  geldt dan ...' vervangen door 'Voor  $X \in \mathbb{R}^2$  geldt dan ...'.

In 7.10.7 vervang  $2a > PQ$  door  $0 < 2a < PQ$ .

In het bewijs van 7.10.9 staat een keer  $\ell$  i.p.v.  $m$ .

In de tweede opgave na 7.10.9 [indien aanwezig] vervang 'ellips' door 'hyperbool'

In de tekst bij de derde figuur van 7.15 moet  $\angle ZNR = 45^\circ$  staan i.p.v.  $\angle NZR = 45^\circ$ .

In het eerste voorbeeld van paragraaf 1.10: vervang  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  door  $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ .

In het bewijs van 1.14.1: vervang  $s_p, s_{p-1}, \dots, s_1, s_0 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  door  $s_k, s_{k-1}, \dots, s_1, s_0 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  en vervang  $r_p = s_{k+1}$  door  $r_p = s_k$ .

In de eerste alinea van 1.16: vervang  $r \in \{0, 1, \dots, d-1\}$  door  $r \in \{1, \dots, d-1\}$ . Verder moeten we in 'd' was het kleinste positieve natuurlijke getal in  $d^d$  de laatste  $d$  natuurlijk vervangen door  $D$ .

In het voorbeeld dat volgt op 1.21.4 moet

$$(a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) = (a_1 b_1 + a_2 b_2 q \cdot 2, a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

vervangen worden door

$$(a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) = (a_1 b_1 + 2 \cdot a_2 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1).$$

In de alinea na 7.7.8: Schrap 'en spiegelingen' in 'De congruenties en spiegelingen vormen een groep ...'.

In onderdeel (ii) van 2.6.3 mogen we  $V, W \subset \mathbb{R}_0^+$  vervangen door  $V \subset \mathbb{R}_0^+$ . Het bewijs van (ii) moet dan ook een beetje aangepast worden.

In de zin voorafgaand aan 4.5.1: schrap ' en  $\varphi_p(x) - \varphi_p(y)$ ' aan het eind van de zin.

Vervang in de opmerking na het bewijs van 4.6.5 het onderdeel (ii) door:

'... (ii) er bij ieder interval  $[a, b] \subset I$  een getal  $K$  is zo dat bij iedere verdeling

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b \text{ van } [a, b] \text{ geldt } \sum_{i=1}^n (M_i - m_i) \leq K \dots'$$

Stelling 4.6.4 moet luiden:

**4.6.4** Functie  $f$  is integreerbaar op het interval  $I \Leftrightarrow f$  is integreerbaar op ieder deelinterval  $[a, b] \subset I$ .

Vervang in de eerste regel van het bewijs van 8.3.1 "g' is continu" door "g' is integreerbaar".

In 8.6 moet de eerste zin die volgt op de definitie van Riemanssom luiden:

"Is  $f$  continu op  $[a, b]$ , dan heeft  $f$  een primitieve  $F$  op  $[a, b]$  en  $\int_a^b f = F(b) - F(a)$ ."

Vervang een paar regels verderop

$$|\tilde{r} - r| = \sum_{i=1}^n (f(\tilde{c}_i) - f(c_i)) \cdot (x_i - x_{i-1}) \leq \sum_{i=1}^n |f(\tilde{c}_i) - f(c_i)| \cdot (x_i - x_{i-1})$$

door

$$|\tilde{r} - r| = \left| \sum_{i=1}^n (f(\tilde{c}_i) - f(c_i)) \cdot (x_i - x_{i-1}) \right| \leq \sum_{i=1}^n |f(\tilde{c}_i) - f(c_i)| \cdot (x_i - x_{i-1}).$$

Vervang in 10.4.1 onderdeel (ii)  $\int_c^d \varphi = \int_a^b g \cdot df$  door  $\int_c^d \varphi = \int_a^b f \cdot dg$ .

In 2.15 wordt bewezen dat iedere niet-lege en naar boven begrensde verzameling  $V \subset \mathbb{S}$  een kleinste bovengrens heeft. Dat 'bewijs' is niet helemaal correct. Ga na waarom niet. Verander in dit bewijs de definitie van rij  $s$  als volgt:

... Laat  $s = (s_0, s_1, s_2, \dots)$  de rij zijn zo dat  $s_0 = \max \{r_0 \mid r \in V\}$ . Voor  $k \in \mathbb{N}^+$  stellen we  $s_k = \max \{r_k \mid r \in V_k\}$ , waarin  $V_k$  bestaat uit alle rijen in  $V$  die de reeds gevonden termen  $s_0, \dots, s_{k-1}$  als begintermen hebben. ....